

FUNDAMENTALA STRUKTURER

TENTAMEN den 22 november 2004

1. Använd följande beteckningar för typer av språk över ett och samma (ändliga) alfabete Σ (med fler än en symbol): FOR (= formellt språk), FIN (= ändligt språk), REG (= reguljärt språk), CFL (= kontextfritt språk), REU (= rekursivt uppräknligt språk) och REK (= rekursivt språk) och svara på följande frågor rörande dessa.

- Ordna dessa typer i ordningsföljd från den mest specifika till den allmännaste.
- Finns det någon enskild sträng $x \in \Sigma^*$ sådan att för alla $L \in \text{REG}$, gäller att $x \notin L$?
- Till vilka av dessa typer av språk hör språket Σ^* ?
- Till vilka av dessa typer av språk hör det tomma språket, \emptyset ?
- Till vilka av dessa typer av språk hör det språk som består av alla strängar $x \in \Sigma^*$ av längd k , där k är ett naturligt tal?
- Gäller följande påstående om CFL allmänt: Omt L är CFL och $L' \subset L$, så gäller att L' är CFL?
- Gäller följande påstående om REU allmänt: Omt L är REU och $L' \subset L$, så gäller att L' är REU?
- Kan komplementet till ett språk i FIN höra till REG?
- Hör komplementet till ett språk i REK alltid själv till REK? (4p)

2. (a) Avgör för vart och ett av följande språk, L1, L2, L3 och L4, över alfabetet $\Sigma = \{0, 1\}$ till vilken *mest specifika typ* (motsvarande minsta klass) det hör. (Använd språk typerna i uppg 1) och (b) motivera svaret bindande genom att visa att de är av nämnda typ och inte av en än mera specifik typ (2+3p)

L1 = { $x \mid x = (01)^n 0 (10)^m$ där n och m är naturliga tal }

L2 = { $x \mid x = (01)^n 0 (10)^n$ där n är ett naturliga tal } $(010)^n$

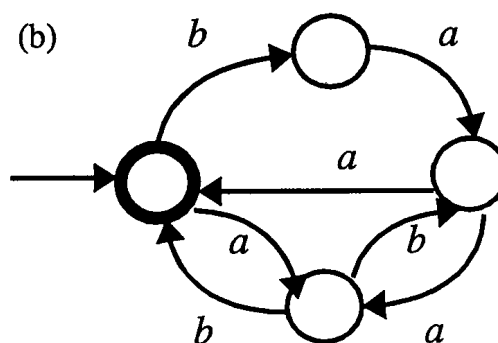
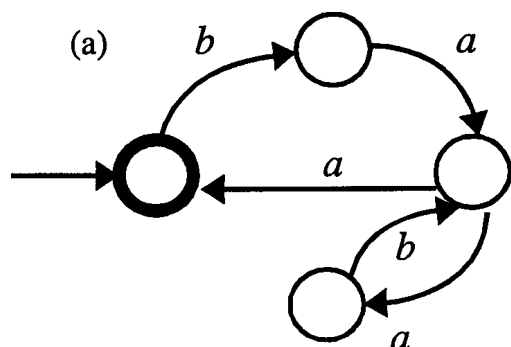
L3 = { $x \mid x = (01)^n 0 (10)^n$ där n är ett naturliga tal }

L4 = { $x \mid x$ innehåller högst 2 ettor och högst 2 nollor i godtycklig ordningsföljd }

L5 = { $x \mid x$ består av ett jämnt antal ettor följda av hälften så många nollor }

- (b) motivera svaren i (a) för L3, L4 och L5 bindande genom att visa att de är av nämnda typ och inte av en än mera specifik typ. (2+3p)

3. Konstruera ett reguljärt uttryck för var och en av följande NFAn



- (c) Konstruera en ekvivalent DFA till NFA i (a) med input alfabetet $\Sigma = \{a, b\}$.

(2+2+3p)

4. (a) Konstruera ett reguljärt uttryck som genererar varje sträng över $\Sigma = \{a, b, c\}$ som slutar på samma symbol som den den börjar med. (b) Konstruera en kontextfri grammatik CFG som genererar samma strängar som i a-fallet. (c) Konstruera en kontextfri grammatik CFG för det språk över $\Sigma = \{a, b, c\}$ som innehåller alla palindrom över $\{a, b, c\}$ som innehåller ett jämnt antal c . (2+2+2p)
5. (a) Vad betyder att en kontextfri grammatik (CFG) är i Chomsky normalform (CNF). (b) Överför följande CFG G i CNF: G är över alfabetet $\Sigma = \{a, b\}$ och har nonterminalerna S och A och produktionerna $S \rightarrow aSa \mid A$ och $A \rightarrow bA \mid \epsilon$ (1+2p)
6. Betrakta alfabetet $\Sigma = \{0,1\}$. (a) Bevisa (genom att presentera en metod för uppräknig av elementen) att Σ^* (= mängden av alla ändliga strängar över Σ) är uppräkneligt oändlig (och har kardinaliteten = ω_0). (b) Bevisa (t.ex. med Cantors diagonalmetod att mängden av alla uppräkneligt oändliga följder av element ur Σ inte är uppräkneligt oändlig (utan större). (1+2p)
7. Svara kort på följande påståenden: (om du tycker att något påstående är oklart eller kan förstås på olika sätt, så säg det då och motivera i detta fall också ditt svar). (2p)
- (a) För varje cofinit språk (d.v.s. språk vars komplement är ändligt) finns det någon kontextfri grammatik (CFG) som genererar språket (Sant eller Osant?)
- (b) För varje kontextfria språk (CFL) finns det flera CFG som genererar detta språk. Men för varje CFG finns det bara ett CFL som denna grammatik genererar. (Sant eller Osant?)
- (c) Ge *antalet delmängder* av mängden av alla strängar av längden 3 över alfabetet $\Sigma = \{a, b, c, d\}$. (det exakta antalet)
- (d) Varje ändligt språk (över ett ändligt alfabete) accepteras av någon icke-deterministisk push-down automat PDA (Sant eller Osant?)
- (e) Huru många olika strängar av längden högst 3 finns det över $\Sigma = \{a, b, c, d\}$? (det exakta antalet).
- (f) Vilket språk över $\Sigma = \{a, b, c\}$ bestämmer den CFG som har följande produktioner: $S \rightarrow SSSS \mid a \mid b \mid c$? (svara kort och precist)