

LOGIK tentamen 19.12.05

Papperet med teorem får användas

1. (a) Ge ett booleskt uttryck med variablerna p , q och r , som är sant om och endast om exakt två av variablerna är sanna.
(b) Hur många booleska funktioner av variablerna p , q och r finns det och hur många booleska uttryck i samma variabler. (4 p)
2. (a) Bevisa i **E** de Morgan (3.47)b användande teorem fram till (3.47)a.
(b) Bevisa i **E** $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \equiv p \vee q$
(c) Bevisa att om $P \Rightarrow Q$ och $Q \Rightarrow R$ är teorem i **E**, så är $P \Rightarrow R$ ett teorem i **E**. (6 p)
3. (a) Ge definitionen på att ett booleskt uttryck P är (i) en *logisk sanning*, (ii) en *logisk motsägelse*, (iii) *kontingent*.
(b) Avgör för vart och ett av följande bool.uttr, huruvida det är i eller ii eller iii.
A. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$
B. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
C. $\neg((p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p))$
(c) Ge $\neg q \Rightarrow (p \equiv q)$ i disjunktiv normalform med variablerna p och q . (6 p)
4. Bevisa i predikatalkyklen **P** vart och ett av följande vffer eller, ifall det är omöjligt för någon av dessa, visa att denna då inte är en logisk sanning (t.ex. genom ett motexempel där den är osann)
a. $(\exists x | P \vee \neg Q : \neg P \vee Q) \equiv (\exists x | P : Q) \vee (\exists x | \neg P : \neg Q)$
b. $(\forall x | : P \equiv Q) \equiv (\forall x | P : Q) \wedge (\forall x | \neg P : \neg Q)$
c. $(\forall x | P : (\exists y | P : Q)) \vee (\exists x | P : (\forall y | P : \neg Q))$
d. $(\forall x | P : (\exists y | P : Q)) \wedge (\exists x | P : (\forall y | P : \neg Q))$ (8p)
5. Översätt/Formalisera.
a. $(\forall x / M(x) \wedge (\exists y / R(y,x) : K(y)) : (\exists z / K(z) : R(x,z)))$
b. $(\forall x / M(x) : (\exists y / R(y,x) : K(y)) \wedge (\exists z / K(z) : R(x,z)))$
c. Det finns åtminstone en kvinna som älskas av exakt en man.
d. Den som älskar sig själv älskas också av någon annan.
e. Varje kvinna som älskas av någon älskar sig själv.

Lexikon: $M(x) = x$ är man, $K(x) = x$ är kvinna, $R(x,y) = x$ älskar y (6 p)