

## Algebra A 10.11.04

1. Visa mängdformeln

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

2. Låt  $p, q, r$  vara givna utsagor. Visa att  $[(p \wedge q) \rightarrow r] \iff [(\neg r \wedge p) \rightarrow \neg q]$  samt att  $[(p \wedge q) \rightarrow r] \iff [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ .

3. Visa med induktion att för varje positivt helt tal  $n$  gäller

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

4. Relationen  $R$  på  $\mathbf{Z}$  definieras av  $xRy \iff 5|(x^2 - y^2)$ . Visa att  $R$  är en ekvivalensrelation (2p) samt räkna fram ekvivalensklasserna (4p).
5. Hitta funktioner  $f, g : \mathbf{Z}_+ \rightarrow \mathbf{Z}_+$  definierade i hela  $\mathbf{Z}_+$  sådana att a)  $g \circ f$  är injektiv men  $g$  inte är injektiv b)  $g \circ f$  är surjektiv men  $f$  inte är surjektiv.